

Πρόσθεση-Αφαίρεση Διανυσμάτων
 «Να μάθεις να σκέφτεσαι, όχι να γεμίζεις
 το μυαλό σου με γνώσεις»
 Δημόκριτος

2.19 Να γράψετε ως ένα διάνυσμα τα παρακάτω αθροίσματα:

α) $\overrightarrow{ΑΓ} - \overrightarrow{ΒΔ} - \overrightarrow{ΔΓ}$

β) $\overrightarrow{ΚΛ} - \overrightarrow{ΝΜ} + \overrightarrow{ΝΚ} - \overrightarrow{ΜΛ}$

γ) $\overrightarrow{ΝΜ} - \overrightarrow{ΡΠ} - \overrightarrow{ΝΤ} + \overrightarrow{ΡΣ} - \overrightarrow{ΤΣ}$

2.24 Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $\overrightarrow{ΑΒ} - \overrightarrow{ΔΓ} = \overrightarrow{ΑΔ} - \overrightarrow{ΒΓ}$

β) $\overrightarrow{ΚΛ} - \overrightarrow{ΠΝ} = \overrightarrow{ΜΛ} - \overrightarrow{ΜΝ} + \overrightarrow{ΚΠ}$

2.26 Αν ισχύει ότι:

$$\overrightarrow{ΑΔ} - \overrightarrow{ΖΓ} = \overrightarrow{ΒΕ} + \overrightarrow{ΒΔ} - \overrightarrow{ΖΕ}$$

να αποδείξετε ότι το Β είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.

2.27 Έστω Α, Β, Γ, Δ σημεία μη συνευθειακά ανά τρία για τα οποία ισχύει ότι:

$$\overrightarrow{ΑΕ} - \overrightarrow{ΗΓ} = \overrightarrow{ΔΖ} + \overrightarrow{ΒΗ} - \overrightarrow{ΕΖ}$$

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

2.28 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Να προσδιορίσετε σημείο Μ, ώστε να ισχύει ότι:

$$\overrightarrow{ΑΜ} + \overrightarrow{ΓΜ} = \overrightarrow{ΑΒ} - \overrightarrow{ΜΒ} - \overrightarrow{ΑΓ}$$

2.29 Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να προσδιορίσετε σημείο Μ, ώστε να ισχύει ότι:

$$\overrightarrow{ΓΜ} + \overrightarrow{ΒΑ} - \overrightarrow{ΑΔ} = \overrightarrow{ΓΑ} - \overrightarrow{ΑΜ}$$

2.33 Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Αν ισχύουν:

$$\overrightarrow{ΑΜ} = \overrightarrow{ΑΒ} + \overrightarrow{ΓΔ} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{ΑΝ} = \overrightarrow{ΑΔ} + \overrightarrow{ΓΒ}$$

να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ και Ν ταυτίζονται.

2.36 Έστω Α, Β, Γ, Δ σημεία μη συνευθειακά ανά τρία για τα οποία ισχύει:

$$\overrightarrow{ΑΕ} - \overrightarrow{ΖΒ} = \overrightarrow{ΔΖ} - \overrightarrow{ΕΒ} + \overrightarrow{ΒΓ}$$

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Να βρείτε σημείο Μ για το οποίο ισχύει:

$$\overrightarrow{ΔΜ} - \overrightarrow{ΔΒ} - \overrightarrow{ΔΓ} = \overrightarrow{ΒΑ}$$

2.31 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Μ το μέσο της πλευράς ΑΒ. Να αποδείξετε ότι:

$$\overrightarrow{ΜΒ} + \overrightarrow{ΜΓ} - \overrightarrow{ΒΓ} = \overrightarrow{ΑΒ}$$

2.37 Αν ισχύουν:

$$|\vec{\alpha}| = 3, \quad |\vec{\beta}| = 2 \quad \text{και} \quad |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \geq 5$$

να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.

2.38 Δίνονται τα ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν $|\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 4$ και $|\vec{\beta} + \vec{\gamma}| = 8$. Να βρείτε:

α) το $|\vec{\beta}|$, β) το $|\vec{\gamma}|$, γ) το $|\vec{\alpha} + \vec{\gamma}|$.

2.41 Δίνονται τα ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, με $|\vec{\alpha}| = 2$ και $|\vec{\beta}| = 3$. Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ισχύει ότι:

$$|\vec{\alpha} + \vec{\gamma}| + |\vec{\beta} - \vec{\gamma}| \geq 5$$

2.42 Δίνονται τρία μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύει ότι:

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0} \quad \text{και} \quad \frac{|\vec{\alpha}|}{5} = \frac{|\vec{\beta}|}{3} = \frac{|\vec{\gamma}|}{2}$$

Να αποδείξετε ότι:

α) $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ β) $\vec{\beta} \uparrow \uparrow \vec{\gamma}$

2.43 Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ για τα οποία ισχύει ότι:

$$|\overrightarrow{ΜΑ} - \overrightarrow{ΓΔ} - \overrightarrow{ΒΑ} + \overrightarrow{ΒΔ}| = 2$$

2.44 Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ που ικανοποιούν τη σχέση:

$$|\overrightarrow{ΜΔ} - \overrightarrow{ΑΒ} + \overrightarrow{ΔΒ}| - |\overrightarrow{ΜΒ} - \overrightarrow{ΓΒ}| = 0$$

2.46 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ για τα οποία ισχύει:

$$|\overrightarrow{ΜΑ} - \overrightarrow{ΒΑ}| + |\overrightarrow{ΜΓ} - \overrightarrow{ΒΑ} - \overrightarrow{ΑΓ}| = 6$$

2.47 Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημείο Ε της πλευράς ΓΔ. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ για τα οποία ισχύει:

$$|\overrightarrow{ΜΔ} + \overrightarrow{ΓΒ}| = |\overrightarrow{ΜΒ} - \overrightarrow{ΕΑ} - \overrightarrow{ΔΓ}|$$