|  |  |
| --- | --- |
| Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας | **Διαγωνισμός στη μνήμη** **του καθηγητή: Βασίλη Ξανθόπουλου** |
| **Μαθηματικά :** | **Τάξη: Α΄**  |
| **Δράμα 28 Μαρτίου 2010** |

**Θέμα 1ο**

Αν α, β, γ είναι τα μήκη των πλευρών τριγώνου να αποδειχθεί ότι η εξίσωση: **α2χ – γ2(χ + 1) – β2χ(χ + 1) = 0**

δεν έχει πραγματικές ρίζες.

**Θέμα 2ο**

Στο παρακάτω σχήμα, ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο στο οποίο προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ κατά τμήμα ΒΕ = ΒΓ. Η κάθετη στην ΑΕ στο σημείο Ε τέμνει την διχοτόμο της γωνίας Α στο σημείο Ζ. Αν Ο είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου και Μ το μέσο της ΑΖ να δείξετε ότι:

**a)** Τρίγωνο ΜΒΕ = Τρίγωνο ΜΑΔ.

**β)** ΓΖ = 2 ΜΟ

**γ)** ΓΖ κάθετη ΔΒ



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ :** | **Τάξη: Α΄**  |
| **Δράμα 28 Μαρτίου 2010** |

**Θέμα 1ο**

Η εξίσωση μετά από επιμεριστικές και αναγωγή ομοίων όρων γίνεται:

β2χ2 + (β2 + γ2 – α2)χ + γ2 = 0, της οποίας η διακρίνουσα είναι:

**Δ** = (β2 + γ2 – α2)2 – 4β2γ2 = (β2 + γ2 – α2 – 2βγ)( β2 + γ2 – α2 + 2βγ)

=[(β – γ)2 – α2] [(β + γ)2 – α2] = (β – γ –α)(β – γ + α)(β + γ – α)(β + γ + α) < 0

 **γιατί**: β – γ – α < 0 επειδή β < γ + α, (τριγωνική ανισότητα)

 β – γ + α > 0 επειδή β + α > γ, (τριγωνική ανισότητα)

 β + γ – α > 0 επειδή β + γ > α, (τριγωνική ανισότητα)

 β + γ + α > 0 επειδή α, β, γ είναι πλευρές τριγώνου.

**Θέμα 2ο**

**a)** Τα τρίγωνα ΜΒΕ και ΜΑΔ είναι ίσα γιατί:

 i) 

 ii) ΜΕ = ΜΑ (Τρίγ. ΕΜΑ ισοσκελές,γιατί ΕΜ διάμεσος ορθογ. τριγώνου)

 iii) 

 Άρα έχουμε (Π-Γ-Π)

**β)** Στο τρίγωνο ΑΓΖ, Μ και Ο είναι τα μέσα των πλευρών ΑΖ και ΑΓ.

 Επομένως ΓΖ =// 2ΜΟ.

**γ)** Από τα ίσα τρίγωνα ΜΒΕ και ΜΑΔ, έχουμε ΜΒ = ΜΔ. Άρα ΜΟ διάμεσος προς την βάση ισοσκελούς τριγώνου θα είναι και ύψος. Δηλαδή ΜΟ κάθετη στην ΔΒ, οπότε και η παράλληλη της από το β) ερώτημα ΓΖ είναι κάθετη στην ΒΔ.

